

2025年甘肃省专升本（高等数学）基础强化班结营测试卷

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. [单选]

函数 $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ ($-\infty < x < +\infty$) 是 ().

- (A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 既奇又偶函数



2. [单选]

当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^2)$ 是 $2x^2$ 的 ().

- (A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小
(C) 等价无穷小 (D) 同阶但非等价无穷小



3. [单选]

$x=0$ 是 $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ 的 () 间断点.

- (A) 第一类间断点 (B) 第二类间断点
(C) 无穷间断点 (D) 可去间断点



4. [单选]

设函数 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处可导, 且 $f'(x_0) = 1$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0-2h) - f(x_0+h)}{h} = ()$.

- (A) -2 (B) 2
(C) -3 (D) 3



5. [单选]

函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{x}, & x \neq 0 \\ x, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处导数为 ().

- (A) 0 (B) 1
(C) $\sin 1$ (D) 不存在



6. [单选]

若点 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点, 且 $f''(x_0)$ 存在, 则一定有 ().

- (A) $f''(x_0) = 0$ (B) $f'(x_0)$
(C) $f''(x_0) > 0$ (D) $f''(x_0) < 0$



7. [单选]

若函数 $f(x)$ 满足 $df(x) = -2x \sin x^2 dx$, 则 $f(x) = ()$.

- (A) $\cos x^2$ (B) $\cos x^2 + C$
(C) $\sin x^2 + C$ (D) $-\cos x^2 + C$



8. [单选]

若 $F'(x) = f(x)$, 则 $\int f(3x+1)dx = (\quad)$.

(A) $\frac{1}{3}F(3x+1)2$

(B) $F(3x+1) + C$

(C) $\frac{1}{3}F(3x+1) + C$

(D) $3F(3x+1) + C$

二、填空题 (本大题共8小题, 每小题5分, 共40分)

1. [填空]

函数 $f(x) = \sqrt{2-x} + \ln(x-1)$ 的定义域是 (\quad) .

2. [填空]

极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n-1)(2-3n)}{8-5n^3} = (\quad)$.

3. [填空]

函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$ 的极大值是 (\quad) .

4. [填空]

$y = x \cos x$, 则 $y''(0) = (\quad)$.

5. [填空]

曲线 $y = (x-2)^{\frac{5}{3}}$ 的拐点是 (\quad) .

6. [填空]

设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} - \cos(xy) = 0$ 所确定, 则 $y'(0) = (\quad)$.

7. [填空]

设 $y = e^{\sin^2 x}$, 则 $dy = (\quad)$.

8. [填空]

$\int \frac{1}{x\sqrt{1-(\ln x)^2}} dx = (\quad)$.

三、计算题 (本大题共5小题, 每小题10分, 共50分)

1. [计算]

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$.

2. [计算]

已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax + b, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 处连续且可导, 求 a , b 的值.

3. [计算]

求曲线 $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 在 $t = \pi$ 处的切线方程.

4. [计算]

求不定积分 $\int (x \sin \frac{x}{2} + \sqrt{x}) dx$.



5. [计算]

计算定积分 $\int_0^2 \frac{1}{1 + \sqrt{2x}} dx$.



四、综合题（本大题共2小题，每小题10分，共20分）

1. [计算]

设直线 $y = 2 - x$, $y = 0$ 与曲线 $y = x^2 (x \geq 0)$ 所围成的平面图形为 D .



(1) 求 D 的面积 S ;

(2) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

2. [计算]

求 $\int_0^x \sqrt{t}(t-1)dt$ 的定义域，单调区间，极值点，极值.

