

甘肃省普通高校专升本高等数学综合测评卷(五)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]



函数 $f(x) = \ln(2-x)$ 的定义域是 ().

(A) $(-\infty, 2)$

(B) $(-2, +\infty)$

(C) $(-2, 2)$

(D) $(0, 2)$

2. [单选]



$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x^2} = ().$

(A) 1

(B) 0

(C) -1

(D) ∞

3. [单选]



$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 3x}{x} = ().$

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

4. [单选]



$y = \ln x + 3x$, 则 $y'(2) = ().$

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $-\frac{1}{4}$

(D) 3

5. [单选]



已知函数 $f(x)$ 在点 $x = 2$ 处可导, 且满足 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2+3\Delta x) - f(2)}{\Delta x} = 9$, 则 $f'(2) = ().$

(A) 9

(B) 3

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 1

6. [单选]



曲线 $y = x^4 - 2x^3 + 1$ 的凸区间为 ().

(A) $(-\infty, 0]$

(B) $[0, 1]$

(C) $[1, +\infty)$

(D) $(-\infty, 1]$

7. [单选]



下列函数可作为函数 $\frac{1}{x}$ 的一个原函数的是 ().

(A) $\ln|2+x|$

(B) $\ln|x|$

(C) $\ln(x+x^2)$

(D) $2\ln|x|$

8. [单选]

$\int_0^2 \sqrt{2y-y^2} dy = (\quad) .$

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) 1

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

9. [单选]

若 $f(x) = \frac{1}{3} \sin x + ax$ 在 $x=0$ 处有极值, 则 $a = (\quad)$.

(A) $-\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) 1

(D) -1

10. [单选]

已知 $\int_x f(x) dx = e^{-x^2} + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.

(A) xe^{-x^2}

(B) $-xe^{-x^2}$

(C) $2e^{-x^2}$

(D) $-2xe^{-x^2}$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^2-n+1} = \frac{1}{2}$. ()

2. [判断]

设 $f(x) = \ln(1+x^2) - 3x$, 则 $f'(x) = \frac{2x}{1+x^2} - 3$. ()

3. [判断]

$\frac{d}{dx}(\int_0^x e^{2t} dt) = e^{2x}$. ()

4. [判断]

$y = \sqrt{x^4}$ 是偶函数. ()

5. [判断]

$\int_0^2 \frac{x}{(x-1)^2} dx$ 可直接使用牛顿莱布尼兹公式计算. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

由方程 $e^y - y = x$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$ 的导数为 $y' = (\quad)$.



2. [填空]

$f(x) = x^2 - 3x + 2$ 在 $[-3, 4]$ 上的最大值是 $(\quad)$.



3. [填空]

$$\int \frac{1}{\sqrt{x} + 1} dx = (\quad) .$$



4. [填空]

已知 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = (\quad)$.



5. [填空]

已知函数 $y = 3^x$, 则 $dy = (\quad)$.

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x} \right)^{2x} .$$



2. [计算]

若 $f(x+3) = x^2 + 6x + 11$, 求 $f(x)$.



3. [计算]

若函数 $f(x) = \begin{cases} k + x^2, & x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 求 k 的值.



4. [计算]

$$\text{求极限 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5x}{e^x} .$$



5. [计算]

设 $y = x^{\sin x} (x > 0)$, 求 y' .



6. [计算]

$$\text{求不定积分 } \int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx .$$



7. [计算]

$$\text{求定积分 } \int_{-1}^3 |2-x| dx .$$



五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \frac{1}{t} \\ y = \arctan t \end{cases}$ 所确定, 求曲线 $y = y(x)$ 在 $t = 1$ 对应点处的法线方程.



2. [计算]

已知 D 是由 $y = 2 \sin x (0 \leq x \leq \pi)$, $x = \frac{\pi}{2}$ 和 x 轴所围成的平面图形, 试求: (1) 图形 D 的面积; (2) 图形 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

