

甘肃省普通高校专升本高等数学综合测评卷(四)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]



若 $f(x)$ 的定义域为 $[0, 1]$, 则 $f(3x)$ 的定义域是().

- (A) $[0, 1]$
- (B) $[0, 3]$
- (C) $[0, \frac{1}{3}]$
- (D) $(0, 1)$

2. [单选]



已知函数 $f(x) = x^8 - x^4$, 则 $f(x)$ 是().

- (A) 奇函数
- (B) 偶函数
- (C) 非奇非偶函数
- (D) 无法判断奇偶性

3. [单选]



极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x} = ()$.

- (A) ∞
- (B) 2
- (C) 0
- (D) -2

4. [单选]



已知函数 $f(x) = x$, 则 $f(\frac{1}{x}) = ()$.

- (A) x
- (B) x^2
- (C) $\frac{1}{x}$
- (D) $\frac{1}{x^2}$

5. [单选]



由参数方程 $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$ 确定的函数 $y = y(x)$ 的导数 $\frac{dy}{dx} = ()$.

- (A) $\frac{b}{a} \tan t$
- (B) $\frac{b}{a} \cot t$
- (C) $-\frac{b}{a} \tan t$
- (D) $-\frac{b}{a} \cot t$

6. [单选]



已知函数 $f(x)$ 在 $(-\delta, \delta)$ 内连续, 当 $x \in (-\delta, 0)$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x \in (0, \delta)$ 时, $f'(x) < 0$, 则在 $(-\delta, \delta)$ 内().

- (A) $f(0)$ 是极小值
- (B) $f(0)$ 是极大值
- (C) $f(0)$ 不是极值
- (D) $f(0)$ 是最小值



7. [单选]

函数 $y = 2x^2 - \ln x$ 的单调递减区间为 ().

- (A) $(0, \frac{1}{2}]$ (B) $(-\infty, \frac{1}{2}]$
 (C) $[\frac{1}{2}, +\infty)$ (D) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

8. [单选]

设 $\int_0^a x^2 dx = 9$, 则常数 $a =$ ().

- (A) 3 (B) $\frac{9}{2}$
 (C) 2 (D) -3

9. [单选]

已知函数 $f(x) = \int_0^{x^3} t \sin t dt$, 则 $f'(x) =$ ().

- (A) $3x^2 \cos x^3$ (B) $x^3 \sin x^3$
 (C) $-3x^2 \sin x^3$ (D) $3x^2 \sin x^3$

10. [单选]

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上满足 $f(x) > 0, f'(x) < 0, f''(x) > 0$, 其中 $0 < a < b$, 令

- $S_1 = \int_a^b f(x) dx, S_2 = f(b)(b-a), S_3 = \frac{1}{2}(f(b) + f(a))(b-a)$, 则 S_1, S_2, S_3 的大小顺序为 ().
- (A) $S_2 < S_1 < S_3$ (B) $S_1 < S_2 < S_3$
 (C) $S_3 < S_1 < S_2$ (D) $S_1 < S_3 < S_2$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

数列 $2, 4, 6, \dots, 2n, \dots$ 是收敛的. ()

2. [判断]

当 $x \rightarrow +\infty$ 时, e^x 是无穷大量. ()

3. [判断]

设 $f(x) = e^x + \sin x + 2$, 则 $f'(\pi) = e^\pi - 1$. ()

4. [判断]

若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 的原函数一定存在. ()

5. [判断]

不定积分 $\int d(\ln \sqrt{x}) = \ln \sqrt{x} + C$. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)



1. [填空]

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$, 则点 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 () 间断点.

2. [填空]

已知 $y = \arccos(5x)$, 则 $dy = ()$.

3. [填空]

已知 $y = x^2 + 2x - 3$ 在某点处的切线斜率为6, 则该点坐标为 () .

4. [填空]

曲线 $y = \sin x$ 在 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的拐点是 () .

5. [填空]

设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx = ()$.

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

已知 $f(x) = \begin{cases} x-a, & x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 求 a 的值.

2. [计算]

求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2+x})^{2x}$.

3. [计算]

已知函数 $f(x)$ 为可导函数, 且 $f(x) \neq 0$, 求函数 $y = \sqrt{f(x)}$ 的导数.

4. [计算]

求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^4 + 2x^5 - 5x^3 + 3}$.

5. [计算]

设 $y = \arctan x + 2^x + x^2$, 求二阶导数 y'' .

6. [计算]

求不定积分 $\int e^{3x+2} dx$.

7. [计算]

求定积分 $\int_0^1 x \arctan x dx$.

五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

已知 D 是抛物线 $L: y^2 = 2x$ 和直线 $x = \frac{1}{2}$ 所围成的平面图形, 试求 D 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

2. [计算]

证明方程 $x \ln x - 1 = 0$ 在区间 $(1, e)$ 内有且仅有一个根.

