

甘肃省普通高校专升本高等数学综合测评卷(三)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{7x} = (\quad).$$

- (A) e^7 (B) e^{-7}
(C) 1 (D) ∞



2. [单选]

当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^3)$ 是 x^2 的().

- (A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小
(C) 等价无穷小 (D) 同阶但不等价无穷小



3. [单选]

设 $f(x) = x^{\frac{1}{5}}$, 则 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的().

- (A) 连续点 (B) 无穷间断点
(C) 跳跃间断点 (D) 可去间断点



4. [单选]

函数 $f(x) = \sin x + 3x$ 是().

- (A) 偶函数 (B) 奇函数
(C) 周期函数 (D) 有界函数



5. [单选]

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^x \sqrt{\ln(1+t)} dt \right] = (\quad).$$

- (A) $\sqrt{x} \ln(1+x)$ (B) $-\sqrt{\ln(1+x)}$
(C) $x \ln(1+x)$ (D) $\sqrt{x(1+x)}$



6. [单选]

$$\text{设 } \begin{cases} x = \ln(1+t) \\ y = \frac{1}{1+t} \end{cases}, \text{ 则 } \frac{dy}{dx} = (\quad).$$

- (A) 1 (B) $\frac{1}{1+t}$
(C) $\frac{-1}{1+t}$ (D) $\frac{-1}{(1+t)^2}$



7. [单选]

点 $(0, 1)$ 是曲线 $y = x^3 + bx^2 + c$ 的拐点, 则().



(A) $b = 0, c = 1$

(B) $b = -1, c = 0$

(C) $b = 1, c = 1$

(D) $b = -1, c = 1$

8. [单选]

设函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处可导, 且 $x = x_0$ 为极值点, 则 $f'(x_0) = (\quad)$.

(A) -1

(B) 0

(C) 1

(D) 2

9. [单选]

不定积分 $\int 5dx = (\quad)$.

(A) $5x + C$

(B) $x + C$

(C) x

(D) $5x$

10. [单选]

已知函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上连续, 且 $\int_0^2 xf(x)dx = 4$, 则 $\int_0^2 f(\sqrt{x})dx = (\quad)$.

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}} + \ln(x+1)$ 的连续区间为 $(-1, 3)$. ()

2. [判断]

函数 $y = e^x + 2$ 的值域为 $(0, +\infty)$. ()

3. [判断]

设函数 $y = x + 4$, 则 $y'' = 0$. ()

4. [判断]

曲线 $y = \frac{1}{x} + 3x$ 在点 $(1, 4)$ 处的切线方程为 $y = 2x + 2$. ()

5. [判断]

设 $f(x)$ 的一个原函数是 e^{x^2} , 则 $f'(x) = 2xe^{x^2}$. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

函数 $y = 2x + 1$ 的反函数为 $y = (\quad)$.

2. [填空]

$\frac{d(\sin 2x)}{d(2x)} = (\quad)$.

3. [填空]

设连续函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = x^2 - \int_0^2 f(x)dx$, 则 $\int_0^2 f(x)dx = (\quad)$.



4. [填空]

不定积分 $\int \frac{x^3}{x} dx = (\quad)$.



5. [填空]

已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 当 $x \in (0, 1)$ 时有 $f'(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内 (填“单调递增”或“单调递减”).



四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

求函数 $y = \frac{|x-3|}{3-x}$ 在 $x = 3$ 处的极限.



2. [计算]

求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^{-x} - e^x}$.



3. [计算]

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x}, & x < 0 \\ k, & x = 0 \\ 5x + 1, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $f(x)$ 在其定义域内连续, 求 k 的值.



4. [计算]

求由方程 $xy = e^{x+y}$ 所确定的隐函数 $x = x(y)$ 的导数 $\frac{dx}{dy}$.



5. [计算]

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 - \cos x)}{\sqrt{1+x^3} - 1}$.



6. [计算]

求不定积分 $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} + \sqrt[6]{x}} dx$.



7. [计算]

求定积分 $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx$.



五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

求曲线 $y = \frac{1}{x}$ 与直线 $y = x$ 及 $x = 2$ 围成平面图形的面积.



2. [计算]



已知某工厂生产 x 件产品的成本(单位：元)为 $C = 25000 + 200x + \frac{1}{40}x^2$ ，产品的售价为每件500元，假设生产的产品能全部售出，要使利润最大，应该生产多少件产品？最大利润是多少？