

甘肃省普通高校专升本高等数学综合测评卷(二)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]



极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x-1}}{2x} = ( \quad )$ .

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$   
(C) 0 (D)  $\infty$

2. [单选]



已知  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = \ln(x+1)$ , 则  $f[g(e-1)] = ( \quad )$ .

- (A) 0 (B) 1  
(C) -1 (D) e

3. [单选]



$f(x) = \begin{cases} \frac{2x + \sin x}{x \cos x}, & x > 0 \\ \frac{\sin x}{x \cos x}, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $x = 0$  是  $f(x)$  的\_\_\_\_间断点. ( )

- (A) 无穷 (B) 可去  
(C) 跳跃 (D) 振荡

4. [单选]



已知函数  $y = \arctan x^2$ , 则  $y' = ( \quad )$ .

- (A)  $-\frac{2x}{1+x^4}$  (B)  $\frac{2x}{1+x^4}$   
(C)  $\frac{1}{1+x^4}$  (D)  $\frac{1}{1+x^2}$

5. [单选]



$x = 1$  是曲线  $y = x^4 - ax^2$  的拐点横坐标, 则  $a = ( \quad )$ .

- (A) 0 (B) 1  
(C) 6 (D) -6

6. [单选]



曲线  $y = \ln x + x^2 + 5$  的凸区间是 ( ) .

- (A)  $(0, +\infty)$  (B)  $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0), (0, \frac{\sqrt{2}}{2})$   
(C)  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$  (D)  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$

7. [单选]

已知  $f(x) = 1 - x^4$  在闭区间  $[-1, 1]$  上满足罗尔定理的条件, 则在开区间  $(-1, 1)$  内使  $f'(x) = 0$  成立的  $x = ( \quad )$ .

- (A)  $-1$  (B)  $0$   
(C)  $1$  (D)  $\frac{1}{2}$

8. [单选]

下列函数对是同一函数的原函数的是 ( ).

- (A)  $x^2$  与  $2x^2$  (B)  $\ln x$  与  $\ln(x+1)$   
(C)  $\sin^2 x$  与  $2 - \cos^2 x$  (D)  $e^x$  与  $e^{x^2}$

9. [单选]

已知  $\int_1^2 f(x)dx + 3 \int_2^3 f(x)dx = \int_1^3 f(x)dx + 6$ , 则  $\int_2^3 f(x)dx = ( \quad )$ .

- (A)  $1$  (B)  $2$   
(C)  $3$  (D)  $4$

10. [单选]

若  $I = \int_0^x t^3 f(t^2)dt$ , 则 ( ).

- (A)  $I = \int_0^{e^x} x f(x)dx$  (B)  $I = \int_0^x x f(x)dx$   
(C)  $I = \frac{1}{2} \int_0^x x f(x)dx$  (D)  $I = \frac{1}{2} \int_0^{x^2} x f(x)dx$

## 二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan 2x}{x} = 2$ . ( )

2. [判断]

已知函数  $f(x) = ax - \ln x$  在  $x = 1$  处取得极值, 则  $a = 1$ . ( )

3. [判断]

$f(x) = e^x - x$  在  $[-1, 1]$  上的最小值为  $e^{-1}$ . ( )

4. [判断]

若  $F(x) = \frac{1}{x}$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 则  $f(1) = 1$ . ( )

5. [判断]

定积分  $\int_{-1}^1 e^{-x^2} \tan x dx = 0$ . ( )

## 三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. (填空)

- $f(x) = x + \ln \sqrt{9 - x^2}$  的连续区间为\_\_\_\_\_.
- 答案： $(-3, 3)$
- 解析：函数  $f(x)$  为初等函数，则连续区间为定义区间.  $f(x)$  应满足  $9 - x^2 > 0$ ，即  $-3 < x < 3$ ，故函数  $f(x)$  的连续区间为  $(-3, 3)$ .

1. [填空]

极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{3x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .



2. [填空]

设  $f(u)$  可导，且  $y = f(x^2 + 2)$ ，则  $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ .



3. [填空]

$\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt (x > 0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .



4. [填空]

$\int \frac{dx}{x^2 - x - 72} = \underline{\hspace{2cm}}$ .



#### 四、计算题（本大题共7小题，每小题8分，共56分）

1. [计算]

设  $f(x) = x^3 + 3x \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ，且  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  存在，求  $f(x)$ .



2. [计算]

求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + 2x)}{e^x - 1}$ .



3. [计算]

设参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \sin 2\theta \\ y = 2 \sin \theta + 3 \end{cases}$ ， $\theta$  为参数，求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{\theta=0}$ .



4. [计算]

已知方程  $y = xy^3 + e^x$  所确定的函数为  $y = y(x)$ ，求  $dy$ .



5. [计算]

求曲线  $y = \tan x + 2e^x$  在点  $(0, 2)$  处的法线方程.



6. [计算]

计算不定积分  $\int \arctan x dx$ .



7. [计算]

计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2 + 2 \cos 2x} dx$ .



#### 五、综合应用题（本大题共2小题，每小题12分，共24分）

1. [证明]

设  $f(x)$  在  $[0, \frac{1}{2}]$  上连续, 在  $(0, \frac{1}{2})$  内可导, 且  $f(0) = 0$ ,  $f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$ , 证明至少存在一点

$\xi \in (0, \frac{1}{2})$ , 使  $f'(\xi) = 6\xi$ .

2. [计算]

曲线  $y = x^3$ , 直线  $x + y = 2$  以及  $y$  轴围成一平面图形  $D$ , 试求平面图形  $D$  绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积.

