

甘肃省普通高校专升本高等数学综合测评卷（一）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]



函数 $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ 的定义域是 ().

- (A) $[-2, 2]$ (B) $(-2, 2)$
(C) $(-2, 2]$ (D) $[-2, 2)$

2. [单选]



设 $f(x)$ 在点 $x = 1$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, 则 $f(1) = ()$.

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) -2

3. [单选]



$x = 0$ 是函数 $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ 的 ().

- (A) 连续点 (B) 可去间断点
(C) 跳跃间断点 (D) 第二类间断点

4. [单选]



$f(x) = \ln(x^2 + 3)$, 则 $f'(1) = ()$.

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{4}$
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

5. [单选]



若 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln x$, 则 $f(x) = ()$.

- (A) $\frac{1}{x}$ (B) $-\frac{1}{x^2}$
(C) $\ln x$ (D) $x \ln x$

6. [单选]



$\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x dx = ()$.

- (A) 2 (B) 0
(C) 1 (D) -1

7. [单选]



设 $f'(x_0) = 3$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = ()$.

(A) 3

(B) -3

(C) 1

(D) -1

8. [单选]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x+1} = (\quad).$$

(A) 0

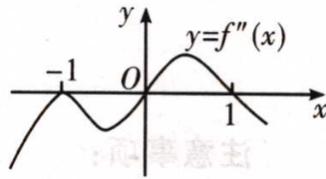
(B) 1

(C) e

(D) $+\infty$

9. [单选]

已知 $f(x)$ 的二阶导数的图形如下图所示, 则 $f(x)$ 的凹区间是 ().



(A) $(-\infty, -1)$

(B) $(-1, 0)$

(C) $(0, 1)$

(D) $(1, +\infty)$

10. [单选]

曲线 $y = f(x)$ 上任一点 (x, y) 处的切线斜率为 $\frac{1}{2}x$, 且曲线 y 通过点 $(2, 2)$, 则曲线方程为 ().

(A) $y = \frac{1}{4}x^2 + 3$

(B) $y = \frac{1}{2}x^2$

(C) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$

(D) $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

999999999是无穷大量. ()

2. [判断]

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ 2, & x = 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处不连续. ()

3. [判断]

函数连续一定可导, 可导不一定连续, 即连续是可导的充分条件. ()

4. [判断]

曲线 $y = \frac{1}{x}$ 上切线斜率等于 $-\frac{1}{2}$ 的点的坐标为 $(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$. ()

5. [判断]

设 $f(x)$ 是连续的函数, 且 $\int_0^1 f(x)dx = 1$, 则 $\int_1^0 f(x)dx = -1$. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 与 x^2 等价, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = ()$.

2. [填空]

函数 $y = x^2 - 8x + 5$, 则 $dy = ()$.

3. [填空]

曲线 $f(x) = \arctan x + 2x + 3$, 则其拐点坐标为 () .

4. [填空]

设 $F(x) = \int_0^x 5^t dt$, 则 $F'(x) = ()$.

5. [填空]

已知 $\int f(x)dx = e^{2x} + C$, $\int g(x)dx = \sqrt{2x} + C$, 则 $\int [f(x) + g(x)]dx = ()$.

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3}).$$

2. [计算]

若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-b}{x}\right)^x = e^3$, 求 b 的值.

3. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}.$$

4. [计算]

若 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0 \\ -ax, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 求 a 的值.

5. [计算]

设由方程 $e^{xy} - xy^2 = e^2$ 确定的函数为 $y = y(x)$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$.

6. [计算]

求定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^2 x \cos x dx$.

7. [计算]

计算不定积分 $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x+3} dx$.

五、综合应用题（本大题共2小题，每小题12分，共24分）

1. [计算]

求函数 $f(x) = x^3 - 27x$ 的单调区间和极值.

2. [计算]

设平面图形D由曲线 $y = e^x$ 与直线 $y = -x + 1$ 及 $x = 1$ 所围成.试求：

- (1) 平面图形D的面积；
- (2) 平面图形D绕x轴旋转一周所得的旋转体的体积.

