

甘肃省普通高校专升本高等数学模拟强化冲刺卷（五）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]



函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ 的定义域为 ().

- (A) $[-2, +\infty)$ (B) $(-2, +\infty)$
(C) $(-\infty, -2]$ (D) $(-\infty, -2)$

2. [单选]



函数 $f(x) = x \ln(1+x^2)$ 在定义域内是 ().

- (A) 不确定奇偶性 (B) 偶函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 奇函数

3. [单选]



极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2-1} = ().$

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 0
(C) 1 (D) 不存在

4. [单选]



当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x$ 是 $\ln(1 + \frac{1}{2}x^2)$ 的 ().

- (A) 高阶无穷小 (B) 低阶无穷小
(C) 等价无穷小 (D) 同阶但非等价无穷小

5. [单选]



$\int_0^\pi \sqrt{2-x^2} dx = ().$

- (A) $\frac{1}{2}\pi$ (B) π
(C) $\frac{3}{2}\pi$ (D) 2π

6. [单选]



函数 $y = \frac{2}{3}x^2 + 3x$ 的极值点为 ().

- (A) $x = -3$ (B) $x = 3$
(C) $x = -1$ (D) $x = 1$

7. [单选]



已知函数 $y = e^x \ln x$, 则 $y'(1) = ().$

(A) $2e$

(B) e

(C) 0

(D) 1

8. [单选]

曲线 $y = \frac{\sin x}{2(2x-1)}$ 的铅直渐近线 ().

(A) 是 $x = 0$

(B) 是 $x = \frac{1}{2}$

(C) 是 $y = 0$

(D) 不存在

9. [单选]

已知 $y = \ln \cos x$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = ()$.

(A) $\tan x \sec x$

(B) $-\tan x \sec x$

(C) $-\sec^2 x$

(D) $\sec^2 x$

10. [单选]

若 $f(x)$ 在 $[1, 5]$ 上可积, $\int_{-1}^1 f(x)dx = 1$, $\int_1^5 f(x)dx = 2$, 则 $\int_1^3 f(x)dx = ()$.

(A) -2

(B) 2

(C) -3

(D) 3

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

点 $x = 0$ 是函数 $y = 3^{\frac{1}{x}} - 1$ 的第二类间断点. ()

2. [判断]

曲线 $y = x - \sin x$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内为凹的. ()

3. [判断]

$\frac{d}{dx} \int_{-1}^x \cos^2 t dt = \cos^2 x$. ()

4. [判断]

若函数在一点处极限存在, 则在该点处一定连续. ()

5. [判断]

已知 $y = f(3-x)$, $f(x)$ 可导, 则 $dy = f'(3-x)dx$. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{x})^{4x} = ()$.

2. [填空]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 2x} = (\quad).$$



3. [填空]



设 $x = \varphi(y)$ 是严格单调的连续函数 $y = f(x)$ 的反函数, 且 $f(2) = 4, f'(2) = -3$, 则 $\varphi'(4) = (\quad)$.

4. [填空]



若 $f(x)$ 的一个原函数是 e^x , 则 $f'(x) = (\quad)$.

5. [填空]



$$\int \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} \right) dx = (\quad).$$

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]



$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2 + x} - \frac{1}{x} \right).$$

2. [计算]



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^2(e^x - 1)}.$$

3. [计算]



设 $f(x) = \begin{cases} a + x^2, & x \leq 0 \\ \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 求 a 的值.

4. [计算]



求不定积分 $\int x^2 \cos x dx$.

5. [计算]



求定积分 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$.

6. [计算]



求参数方程 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \cos^3 t \\ y = \frac{1}{2} \sin^3 t \end{cases}$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

7. [计算]



已知 $y = \arctan \sqrt{x}$, 求 $\frac{dy}{dx}$ 及 $\frac{dy}{dx}|_{x=1}$.

五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]



求函数 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ 的单调区间.

2. [计算]



求曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$ 在点 $(-1, 1)$ 处的法线和该曲线所围成的图形的面积.