

甘肃省普通高校专升本高等数学模拟强化冲刺卷（四）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]

已知函数 $y = \ln x$ 与 $y = e^x$ 互为反函数，则其函数图形关于（ ）.

- (A) x 轴对称 (B) y 轴对称
(C) 直线 $y = x$ 对称 (D) 直线 $y = -x$ 对称



2. [单选]

函数 $f(x) = \sin 2x$ 在其定义域内的奇偶性是（ ）.

- (A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 非奇非偶函数 (D) 不具有奇偶性



3. [单选]

$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \leq 1 \\ 5 - x, & x > 1 \end{cases}$, 则 $x = 1$ 为 $f(x)$ 的（ ）.

- (A) 跳跃间断点 (B) 可去间断点
(C) 连续点 (D) 振荡间断点



4. [单选]

设函数 $y = y(x)$ 由 $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$ 所确定，则 $\frac{dy}{dx} =$ （ ）.

- (A) $2t$ (B) t
(C) 2 (D) t^2



5. [单选]

已知曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, -1)$ 处的法线斜率为1，则 $f'(2) =$ （ ）.

- (A) -1 (B) 2
(C) 1 (D) $\frac{1}{2}$



6. [单选]

已知 $I_1 = \int_0^1 x dx$, $I_2 = \int_0^1 x^3 dx$, 则（ ）.

- (A) $I_1 > I_2$ (B) $I_1 < I_2$
(C) $I_1 = I_2$ (D) I_1 与 I_2 的大小关系无法判断



7. [单选]

已知函数 $f(x)$ 在 $[1, 3]$ 上连续， $f(1) = 0$ ，对于任意的 $x \in (1, 3)$ ，有 $f'(x) < 0$ ，则（ ）.

- (A) $f(3) < 0$ (B) $f(3) > 0$
(C) $f(3) = 0$ (D) $f(3)$ 的正负无法判断



8. [单选]

已知函数 $f(x)$ 二阶可导, 且在点 $x = 1$ 处 $f'(1) = 0$, $f''(1) > 0$, 则点 $x = 1$ 是函数 $f(x)$ 的 ().

- (A) 极小值点
- (B) 极大值点
- (C) 最小值点
- (D) 最大值点

9. [单选]

设 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处 ().

- (A) 极限不存在
- (B) 极限存在但不连续
- (C) 连续但不可导
- (D) 可导

10. [单选]

$\int (\cos x + 3x^2) dx = ()$.

- (A) $\sec x + x^3 + C$
- (B) $\sin x + x^3 + C$
- (C) $\sin x + \frac{2}{3}x^3 + C$
- (D) $\sin x + x^3 + C$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

当 $x \rightarrow +\infty$ 时, $\ln(1+x)$ 是无穷小量. ()

2. [判断]

驻点一定是极值点. ()

3. [判断]

$\int dF(x) = F(x)$. ()

4. [判断]

极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t dt}{2x} = 1$. ()

5. [判断]

已知 $f(x) = x^3 - ax^2$ 在 $x = 2$ 处取得极值, 则 $a = 3$. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

$\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = ()$.

2. [填空]

$y = \frac{2x^3 + \sqrt{x} + 4}{x}$, 则 $y'(1) = ()$.

3. [填空]

曲线 $y = x^3 + 5x - 2$ 的拐点是 ().

4. [填空]

$$\int_{-1}^1 \tan x dx = (\quad).$$



5. [填空]

设函数 $f(x), g(x)$ 均可微, 且同为某函数的原函数, $f(0) = 2, g(0) = 0$, 则 $f(x) - g(x) = (\quad)$.



四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}.$$



2. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}.$$



3. [计算]

已知函数 $y = \sin 2x - \sqrt{2x+1}$, 求 dy .



4. [计算]

已知 $y = y(x)$ 由方程 $y^3 + y^2 = 2x$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$.



5. [计算]

求定积分 $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$.



6. [计算]

求不定积分 $\int 2x \ln x dx$.



7. [计算]

已知函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上连续, 且满足 $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx$, 求 $f(x)$.



五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [证明]

证明恒等式 $\arctan 2x + \operatorname{arccot} 2x = \frac{\pi}{2} (-\infty < x < +\infty)$.



2. [计算]

设 D 为曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = x$ 所围成的有界平面图形, 求 D 的面积 S 和 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

