

甘肃省普通高校专升本高等数学模拟强化冲刺卷（三）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]

函数 $f(x) = \begin{cases} x - 3, & -4 \leq x \leq 0 \\ x^2 + 1, & 0 < x \leq 3 \end{cases}$ 的定义域是 ().

- (A) $-4 \leq x \leq 3$ (B) $-4 \leq x \leq 0$
 (C) $0 < x \leq 3$ (D) $-4 < x < 3$



2. [单选]

已知 $f(x), g(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} ，且 $f(x)$ 为奇函数， $g(x)$ 为偶函数，则以下函数为奇函数的是 ().

- (A) $f(x^4)$ (B) $f(x) + g(x)$
 (C) $g(x)f(x)$ (D) $-g(-x)$



3. [单选]

当 $x \rightarrow 0$ 时， $3x^2 - 6x$ 是 x 的 ().

- (A) 高阶无穷小 (B) 等价无穷小
 (C) 同阶非等价无穷小 (D) 低阶无穷小



4. [单选]

已知函数 $f(x) = 2x - 1$ ，则 $f^{-1}(x) = ()$.

- (A) $2x - 1$ (B) $2x + 1$
 (C) $\frac{x - 1}{2}$ (D) $\frac{x + 1}{2}$



5. [单选]

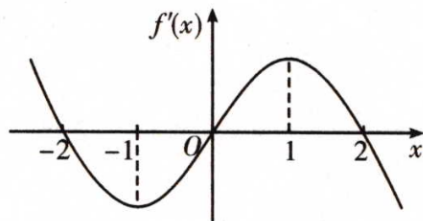
过曲线 $y = x \ln x$ 上 M 点的切线平行于直线 $y = 2x + 1$ ，则切点 M 的坐标是 ().

- (A) $(1, 0)$ (B) $(e, 0)$
 (C) $(e, 1)$ (D) (e, e)



6. [单选]

已知函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有连续的导数，且其一阶导函数 $f'(x)$ 的图形如下图所示，则 ().



(A) $f(x)$ 有3个极值点

(B) $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是单调递增的

(C) $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极小值点

(D) $x = 1$ 为 $f(x)$ 的极大值点

7. [单选]

曲线 $y = x^6 + x^2$ ().

(A) 无拐点

(B) 有一个拐点

(C) 有两个拐点

(D) 有三个拐点

8. [单选]

设 $f(x)$ 的一个原函数为 5^x , 则 $\int f(x)dx = ()$.

(A) 5^x

(B) $5^x \ln 5$

(C) $\frac{5^x}{\ln 5} + C$

(D) $5^x + C$

9. [单选]

已知函数 $f(x), g(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 上均连续, 且 $\int_0^4 f(x)dx = -3$, $\int_0^4 g(x)dx = 1$, 则

$\int_0^4 [3f(x) + 2g(x)]dx = ()$.

(A) -7

(B) -5

(C) -3

(D) 2

10. [单选]

已知 $\int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2$, 则 $a = ()$.

(A) -1

(B) 1

(C) 2

(D) $\frac{1}{2}$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax + 4}{x - 2} = -2$, 则 $a = -2$. ()

2. [判断]

已知 $f(x) = \frac{x - 1}{|x - 1|}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处极限不存在. ()

3. [判断]

函数的极大值一定大于极小值, 且最大值一定不小于最小值. ()

4. [判断]

$(\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx)' = 1$. ()

5. [判断]

若函数 $f(x)$ 在区间 $[1, 3]$ 上连续, 并且在区间上的平均值是6, 则 $\int_1^3 f(x)dx = 12$. ()

三、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

1. [填空]

设函数 $f(x) = \sin x$, $g(x) = 2 + x^2$, 则复合函数 $g[f(x)] = (\quad)$.

2. [填空]

极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x^2}-1}{\cos x - 1} = (\quad)$.

3. [填空]

设 $y = e^x \cos x$, 则 $dy = (\quad)$.

4. [填空]

设 $\int f(x)dx = 4x^3 + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.

5. [填空]

定积分 $\int_2^3 \frac{1}{x^2} dx = (\quad)$.

四、计算题（本大题共7小题，每小题8分，共56分）

1. [计算]

$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \sec x$.

2. [计算]

若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} = 2$, 求极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} x f\left(\frac{1}{2x}\right)$.

3. [计算]

已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax + b, & x \geq 0 \\ e^x, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导, 求常数 a 与 b 的值.

4. [计算]

设 $y = f(x)$ 是由方程 $e^{xy} + xy + \cos x = 1$ 确定的隐函数, 求 y' .

5. [计算]

已知曲线 $\begin{cases} y = \sin 2t \\ x = \cos t \end{cases}$, 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t = \frac{\pi}{4}}$.

6. [计算]

计算 $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}} dx$.

7. [计算]

求定积分 $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) dx$.

五、综合应用题（本大题共2小题，每小题12分，共24分）

1. [计算]

求曲线 $y = e^{-x} - \frac{1}{2}x^2$ 的凹凸区间.



2. [计算]

求在区间 $[0, \pi]$ 上曲线 $y = \sin x$ 与 x 轴所围平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

