

# 甘肃省普通高校专升本高等数学模拟强化冲刺卷（一）

## 一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]

设函数  $y = f(3x + 2)$  的定义域为  $[1, 3]$ ，则函数  $f(x)$  的定义域为（ ）。

(A)  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

(B)  $[5, 11]$

(C)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

(D)  $(5, 11)$

2. [单选]

当  $x \rightarrow 0$  时，以下是等价无穷小的是（ ）。

(A)  $1 - \cos x$  与  $\frac{x^2}{2}$

(B)  $x$  与  $\tan x$

(C)  $x - \sin x$  与  $x$

(D)  $1 - \cos x$  与  $2x$

3. [单选]

设函数  $f(x)$  在点  $x = 2$  处连续，且  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 4$ ，则  $f(2) =$ （ ）。

(A)  $-4$

(B)  $0$

(C)  $\frac{1}{4}$

(D)  $4$

4. [单选]

设  $y = \arcsin(3x + 1)$ ，则  $dy =$ （ ）。

(A)  $\frac{1}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(B)  $-\frac{1}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(C)  $\frac{3}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(D)  $-\frac{3}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

5. [单选]

已知曲线  $y = 2 + x^2$ ，则该曲线的拐点是（ ）。

(A)  $(0, 2)$

(B)  $(1, 3)$

(C)  $(0, 0)$

(D)  $(-1, 1)$

6. [单选]

函数  $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ ，则方程  $f'(x) = 0$  的实根个数为（ ）。

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

7. [单选]



曲线  $y = 1 + \frac{2}{(x-1)^2}$  的水平渐近线为 ( ).

- (A)  $x = 1$  (B)  $x = 0$   
(C)  $y = 0$  (D)  $y = 1$

8. [单选]

已知  $f(x)$  的一个原函数是  $\ln x$  , 则  $\int f'(x)dx = ( )$  .

- (A)  $-\frac{1}{x} + C$  (B)  $\frac{1}{x} + C$   
(C)  $\ln x + C$  (D)  $-\ln x + C$

9. [单选]

若  $f(x)$  为在  $[-1, 1]$  上连续的奇函数, 则  $\int_{-1}^1 f(x)dx = ( )$  .

- (A) 0 (B) 2  
(C)  $2f(-1)$  (D)  $2f(1)$

10. [单选]

由  $y = (x-1)(x-2)$  与  $x$  轴围成图形的面积是 ( ).

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$   
(C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{8}$

## 二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

由函数  $y = \sin u$  ,  $u = \ln v$  ,  $v = \sqrt{x}$  所构成的复合函数为  $y = \sin \ln \sqrt{x}$  . ( )

2. [判断]

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x} = 0$  . ( )

3. [判断]

函数  $f(x)$  在区间  $[a, b]$  上的最大值一定是极大值. ( )

4. [判断]

若函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界, 则  $\int_a^b f(x)dx$  存在. ( )

5. [判断]

设  $f(x) = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \sin x dx$  , 则  $f'(x) = 0$  . ( )

## 三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

已知  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$  存在, 且  $f(x) = 2x + 4 \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$ , 则  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = (\quad)$ .

2. [填空]

函数  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2}$  的可去间断点为  $(\quad)$ .

3. [填空]

函数  $f(x) = -2x^2 + 4x$  的极大值为  $(\quad)$ .

4. [填空]

已知  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ , 且  $df(x) = e^{x^2} dx$ , 则曲线  $f(x)$  的凸区间为  $(\quad)$ .

5. [填空]

已知  $\int_1^x f(t) dt = x^3 - 1$ , 则  $f(2) = (\quad)$ .

#### 四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 8} \left( \frac{16}{x^2 - 64} - \frac{1}{x - 8} \right).$$

2. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}.$$

3. [计算]

已知函数  $f(x) = \begin{cases} (x-1) \arctan \frac{1}{x-1} + 2, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x + b, & x > 1 \end{cases}$  在点  $x = 1$  处连续, 求  $a, b$  的值.

4. [计算]

设  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \sin x, & x \geq 0 \end{cases}$ , 判断  $f'(0)$  是否存在, 若存在, 求其值.

5. [计算]

设由方程  $\ln(x + 2y) = x + y$  确定了函数  $y = y(x)$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

6. [计算]

求不定积分  $\int \arccos x dx$ .

7. [计算]

求定积分  $\int_0^1 \frac{2e^x}{1 + 5e^x} dx$ .

#### 五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

求函数  $f(x) = \int_0^x (3t^2 - 6t)dt$  的极值.

2. [证明]

证明：当  $x > 1$  时， $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}$ .

