

甘肃省普通高校专升本高等数学模拟强化冲刺卷（一）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1. [单选]

设函数 $y = f(3x + 2)$ 的定义域为 $[1, 3]$ ，则函数 $f(x)$ 的定义域为（ ）.

(A) $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$

(B) $[5, 11]$

(C) $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

(D) $(5, 11)$

2. [单选]

当 $x \rightarrow 0$ 时，以下是等价无穷小的是（ ）.

(A) $1 - \cos x$ 与 $\frac{x^2}{2}$

(B) x 与 $\tan x$

(C) $x - \sin x$ 与 x

(D) $1 - \cos x$ 与 $2x$

3. [单选]

设函数 $f(x)$ 在点 $x = 2$ 处连续，且 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 4$ ，则 $f(2) =$ （ ）.

(A) -4

(B) 0

(C) $\frac{1}{4}$

(D) 4

4. [单选]

设 $y = \arcsin(3x + 1)$ ，则 $dy =$ （ ）.

(A) $\frac{1}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(B) $-\frac{1}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(C) $\frac{3}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

(D) $-\frac{3}{\sqrt{1 - (3x + 1)^2}} dx$

5. [单选]

已知曲线 $y = 2 + x^2$ ，则该曲线的拐点是（ ）.

(A) $(0, 2)$

(B) $(1, 3)$

(C) $(0, 0)$

(D) $(-1, 1)$

6. [单选]

函数 $f(x) = x(x - 1)(x - 3)$ ，则方程 $f'(x) = 0$ 的实根个数为（ ）.

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

7. [单选]



曲线 $y = 1 + \frac{2}{(x-1)^2}$ 的水平渐近线为 ().

(A) $x = 1$ (B) $x = 0$

(C) $y = 0$ (D) $y = 1$



8. [单选]

已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\ln x$, 则 $\int f'(x)dx = ()$.

(A) $-\frac{1}{x} + C$ (B) $\frac{1}{x} + C$

(C) $\ln x + C$ (D) $-\ln x + C$



9. [单选]

若 $f(x)$ 为在 $[-1, 1]$ 上连续的奇函数, 则 $\int_{-1}^1 f(x)dx = ()$.

(A) 0 (B) 2

(C) $2f(-1)$ (D) $2f(1)$



10. [单选]

由 $y = (x-1)(x-2)$ 与 x 轴围成图形的面积是 ().

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{8}$



二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

由函数 $y = \sin u$, $u = \ln v$, $v = \sqrt{x}$ 所构成的复合函数为 $y = \sin \ln \sqrt{x}$. ()



2. [判断]

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x} = 0$. ()



3. [判断]

函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的最大值一定是极大值. ()



4. [判断]

若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有界, 则 $\int_a^b f(x)dx$ 存在. ()



5. [判断]

设 $f(x) = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \sin x dx$, 则 $f'(x) = 0$. ()



三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

已知 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$ 存在, 且 $f(x) = 2x + 4 \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$, 则 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = (\quad)$.

2. [填空]

函数 $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-2}$ 的可去间断点为 (\quad) .

3. [填空]

函数 $f(x) = -2x^2 + 4x$ 的极大值为 (\quad) .

4. [填空]

已知 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 且 $df(x) = e^{x^2} dx$, 则曲线 $f(x)$ 的凸区间为 (\quad) .

5. [填空]

已知 $\int_1^x f(t) dt = x^3 - 1$, 则 $f(2) = (\quad)$.

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{16}{x^2 - 64} - \frac{1}{x - 8} \right).$$

2. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}.$$

3. [计算]

已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-1) \arctan \frac{1}{x-1} + 2, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x + b, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 处连续, 求 a, b 的值.

4. [计算]

设 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \sin x, & x \geq 0 \end{cases}$, 判断 $f'(0)$ 是否存在, 若存在, 求其值.

5. [计算]

设由方程 $\ln(x + 2y) = x + y$ 确定了函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

6. [计算]

求不定积分 $\int \arccos x dx$.

7. [计算]

求定积分 $\int_0^1 \frac{2e^x}{1 + 5e^x} dx$.

五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

求函数 $f(x) = \int_0^x (3t^2 - 6t)dt$ 的极值.

2. [证明]

证明：当 $x > 1$ 时， $\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}$.

