

## 甘肃省普通高校专升本高等数学基础知识检测卷(四)

### 一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]

已知函数  $y = \ln x$  与  $y = e^x$  互为反函数,则其函数图形关于( )。

- (A)  $x$  轴对称 (B)  $y$  轴对称  
(C) 直线  $y = x$  对称 (D) 直线  $y = -x$  对称



2. [单选]

函数  $f(x) = \sin 2x$  在其定义域内的奇偶性是( )。

- (A) 奇函数 (B) 偶函数  
(C) 非奇非偶函数 (D) 不具有奇偶性



3. [单选]

$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x \leq 1 \\ 5 - x, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $x = 1$  为  $f(x)$  的( )。

- (A) 跳跃间断点 (B) 可去间断点  
(C) 连续点 (D) 振荡间断点



4. [单选]

设函数  $y = y(x)$  由  $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t^2 + 2 \end{cases}$  所确定,则  $\frac{dy}{dx} =$  ( )。

- (A)  $2t$  (B)  $t$   
(C)  $2$  (D)  $t^2$



5. [单选]

已知曲线  $y = f(x)$  在点  $(2, -1)$  处的法线斜率为1,则  $f'(2) =$  ( )。

- (A)  $-1$  (B)  $2$   
(C)  $1$  (D)  $\frac{1}{2}$



6. [单选]

已知  $I_1 = \int_0^1 x dx$ ,  $I_2 = \int_0^1 x^2 dx$ , 则( )。

- (A)  $I_1 > I_2$  (B)  $I_1 < I_2$   
(C)  $I_1 = I_2$  (D)  $I_1$  与  $I_2$  的大小关系无法判断



7. [单选]

已知函数  $f(x)$  在  $[1, 3]$  上连续,  $f(1) = 0$ , 对于任意的  $x \in (1, 3)$ , 有  $f'(x) < 0$ , 则( )。



(A)  $f(3) < 0$

(B)  $f(3) > 0$

(C)  $f(3) = 0$

(D)  $f(3)$  的正负无法判断

8. [单选]

已知函数  $f(x)$  二阶可导, 且在点  $x = 1$  处  $f'(1) = 0$ ,  $f''(1) > 0$ , 则点  $x = 1$  是函数  $f(x)$  的 ( )。

(A) 极小值点

(B) 极大值点

(C) 最小值点

(D) 最大值点

9. [单选]

设  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x = 0$  处 ( )。

(A) 极限不存在

(B) 极限存在但不连续

(C) 连续但不可导

(D) 可导

10. [单选]

$\int (\cos x + 3x^2) dx = ( )$ 。

(A)  $\sec x + x^3 + C$

(B)  $\sin x + x^3$

(C)  $\sin x + \frac{3}{2}x^3 + C$

(D)  $\sin x + x^2 + C$

## 二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

当  $x \rightarrow +\infty$  时,  $\ln(1+x)$  是无穷小量。 ( )

2. [判断]

驻点一定是极值点。 ( )

3. [判断]

$\int dF(x) = F(x)$ 。 ( )

4. [判断]

极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x} = 1$ 。 ( )

5. [判断]

已知  $f(x) = x^3 - ax^2$  在  $x = 2$  处取得极值, 则  $a = 3$ 。 ( )

## 三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

$\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}} = ( )$ 。

2. [填空]

$y = \frac{2x^3 + \sqrt{x} + 4}{x}$  , 则  $y'(1) = ( \quad )$  .

3. [填空]

曲线  $y = x^3 + 5x - 2$  的拐点是 (  $\quad$  ) .

4. [填空]

$\int_{-1}^1 \tan x dx = ( \quad )$  .

5. [填空]

设函数  $f(x)$  ,  $g(x)$  均可微 , 且同为某函数的原函数 ,  $f(0) = 2$  ,  $g(0) = 0$  , 则  $f(x) - g(x) = ( \quad )$  .

## 四、计算题 (本大题共7小题 , 每小题8分 , 共56分)

1. [计算]

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$  .

2. [计算]

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}$  .

3. [计算]

已知函数  $y = \sin 2x - \sqrt{2x+1}$  , 求  $dy$  .

4. [计算]

已知  $y = y(x)$  由方程  $y^3 + y^2 = 2x$  所确定 , 求  $\frac{dy}{dx}$  .

5. [计算]

求定积分  $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$  .

6. [计算]

求不定积分  $\int 2x \ln x dx$  .

7. [计算]

已知函数  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上连续 , 且满足  $f(x) = 2x - \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx$  , 求  $f(x)$  .

## 五、综合应用题 (本大题共2小题 , 每小题12分 , 共24分)

1. [证明]

证明恒等式  $\arctan 2x + \operatorname{arccot} 2x = \frac{\pi}{2} (-\infty < x < +\infty)$  .

2. [计算]

设  $D$  为曲线  $y = x^2$  与直线  $y = x$  所围成的有界平面图形 , 求  $D$  的面积  $S$  和  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$  .