

甘肃省普通高校专升本高等数学基础知识检测卷(三)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]

函数 $y = \lg(3x - 6)$ 的定义域是 ().

- (A) $(-\infty, 2)$ (B) $(-\infty, -2)$
(C) $(-2, +\infty)$ (D) $(2, +\infty)$

2. [单选]

函数 $f(x) = \sin \frac{x}{4}$ 的周期是 ().

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π
(C) 2π (D) 8π

3. [单选]

已知 $f(x) = x^3 + 1$, 则 $f(2x) = ()$.

- (A) $8x^3 + 1$ (B) $8x^4 + 1$
(C) $x^3 + 1$ (D) $2x^3 + 1$

4. [单选]

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{2x} = ()$.

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) 1
(C) $\frac{3}{2}$ (D) 3

5. [单选]

“函数在点 $x = x_0$ 处可微”是“函数在点 $x = x_0$ 处可导”的 ().

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. [单选]

已知 $y = 2x^2 - 5$ 在某点处的切线斜率为8, 则该点坐标为 ().

- (A) (2, 3) (B) (1, -3)
(C) (0, -5) (D) (2, 8)

7. [单选]

已知 $f'(-3) = -2$, 则 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = ()$.



- (A) -2 (B) 0
(C) 2 (D) 不存在

8. [单选]

已知 $\int_0^1 f(x)dx = 1$, 则 $\int_0^1 [3f(x) + 1]dx = (\quad)$.

- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

9. [单选]

已知 $f(x) = \int_0^x \cos 4t^2 dt$, 则 $f'(x) = (\quad)$.

- (A) $\cos 4x^2$ (B) $2 \cos 4x^2$
(C) $4 \sin x^2$ (D) $4 \cos x^2$

10. [单选]

若不定积分 $\int f(x)dx = \sqrt{x} + C$, 则 $f(x) = (\quad)$.

- (A) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (B) $-\sqrt{x}$
(C) $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ (D) \sqrt{x}

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{3}, & x > 1, \\ x^2 + x - 1, & x < 1, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在点 $x = 1$ 处不是左连续的. ()

2. [判断]

设 $y = y(x)$ 是由方程 $\ln(x + y) + 5 = y$ 确定的隐函数, 则 $y' = \frac{1}{x + y - 1}$. ()

3. [判断]

已知函数 $y = f(x)$ 二阶可导, 且 $f''(x_0) = 0$, 则 $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点. ()

4. [判断]

已知 $f'(x) = x^2$, 则 $f(x) = x^3$. ()

5. [判断]

函数 $f(x) = x - 2\sqrt{x}$ 在闭区间 $[0, 4]$ 上的最小值是0. ()

三、填空题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [填空]

已知 $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{3} + 2}$, 则 $f^{-1}(\sqrt{2}) = (\quad)$.

2. [填空]

已知 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} [2f(x) + g(x)] = (\quad)$.

3. [填空]

设参数方程 $\begin{cases} y = \sqrt{3t^3} + t \\ x = t^2 - 5 \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} = (\quad)$.

4. [填空]

已知 $x = 1$ 是函数 $f(x) = a \ln x + x$ 的极值点, 则 $a = (\quad)$.

5. [填空]

$\int_0^1 x dx$ (\quad) $\int_0^1 (2x + 1) dx$ (填“>”或“<”)

四、计算题 (本大题共7小题, 每小题8分, 共56分)

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2} (2 + \cos x) .$$

2. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) - 2x}{\sin 3x} .$$

3. [计算]

设 $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2}{e^{kx^2}}, & x > 0 \\ x + 3, & x < 0 \end{cases}$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在, 求 k 的值.

4. [计算]

求曲线 $y = e^{x^2}$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程.

5. [计算]

设 $y = x^{\frac{3}{4}} + 6x$, 求 y'' .

6. [计算]

求不定积分 $\int \frac{2 + \ln x}{x \ln x} dx$.

7. [计算]

求定积分 $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} dx$.

五、综合应用题 (本大题共2小题, 每小题12分, 共24分)

1. [计算]

求 $y = e^x - \frac{e}{2}x^2$ 的凹凸区间与拐点.

2. [计算]

求由直线 $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ 和曲线 $y = e^x$ 所围成的图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

