

甘肃省普通高校专升本高等数学基础知识检测卷(二)

一、单项选择题(本大题共10小题,每小题3分,共30分)

1. [单选]

已知 $y = f(x)$ 是定义在区间 $[-3, 6]$ 上的单调函数, 值域为 $[3, 9]$, 则其反函数 $x = \varphi(y)$ 的定义域为 ().

- (A) $[-3, 6]$ (B) $[3, 9]$
(C) $(-3, 6)$ (D) $[3, 9)$

2. [单选]

设 $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$, 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的 ().

- (A) 连续点 (B) 可去间断点
(C) 跳跃间断点 (D) 无穷间断点

3. [单选]

极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x+1} = ()$.

- (A) 1 (B) -1
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

4. [单选]

当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数是无穷小量的是 ().

- (A) $\arcsin x$ (B) $\frac{1}{x^2}$
(C) 2^x (D) $\cos x$

5. [单选]

设 $y = f(x)$ 在点 $x = 6$ 处可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 4$, 则 $f(6) = ()$.

- (A) 4 (B) 1
(C) $\frac{1}{4}$ (D) 0

6. [单选]

已知函数 $y = 2^x + 3x + 1$, 则 $dy = ()$.

- (A) $2^x + 3$ (B) $(\frac{2^x}{\ln 2} + 3)dx$
(C) $(2^x \ln 2 + 3)dx$ (D) $2^x \ln 2 + 3$

7. [单选]

曲线 $y = x^{\frac{1}{3}}$ 的拐点是 ().

- (A) (0, 1) (B) (1, 1)
(C) (0, 0) (D) $(2, 2^{\frac{1}{3}})$

8. [单选]

$\int_0^1 \sqrt{9-x^2} dx = ().$

- (A) $\frac{3\pi}{4}$ (B) $\frac{9\pi}{4}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{9\pi}{2}$

9. [单选]

若函数 $f(x)$ 是 $g(x)$ 的原函数, 则下列正确的是 ().

- (A) $\int f(x) dx = g(x) + C$ (B) $\int g(x) dx = f(x) + C$
(C) $\int g'(x) dx = f(x) + C$ (D) $\int f'(x) dx = g(x) + C$

10. [单选]

定积分 $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = ().$

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$
(C) $\ln 2$ (D) $\frac{3}{4}$

二、判断题 (本大题共5小题, 每小题4分, 共20分)

1. [判断]

函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处左极限和右极限都存在, 则函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处极限存在. ()

2. [判断]

已知连续函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 内的任意一点 $x(x \neq 0)$ 处都有 $f(x) < f(0)$, 则 $f(0)$ 为 $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 内的极大值. ()

3. [判断]

函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^2, \\ y = \ln t + 1 \end{cases}$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2t^2}$. ()

4. [判断]

函数 $f(x) = 1 + \sin 2x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减. ()

5. [判断]

设函数 $f(x) = \int_0^x (e^{-t} + t^2) dt$, 则 $f'(x) = -e^{-x} + 2x$. ()

三、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

1. [填空]

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{2}{x}} = (\quad).$$



2. [填空]

对函数 $f(x) = \sqrt{x-1}$ 在闭区间 $[1, 4]$ 上应用拉格朗日定理时，结论中的 $\xi = (\quad)$.



3. [填空]

$f(x) = 2 + xe^{-x}$ 的单调减区间是 (\quad) .



4. [填空]

设 $f(x) = e^{2x}$ ，则 $f''(0) = (\quad)$.



5. [填空]

设 $f(x)$ 的一个原函数为 2^x ，则 $\int_0^2 f(x)dx = (\quad)$.



四、计算题（本大题共7小题，每小题8分，共56分）

1. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{\sqrt{1+4x} - 1}.$$



2. [计算]

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \tan t dt}{x^4}.$$



3. [计算]

$\begin{cases} 2x + a, & x \leq 0 \\ \ln(1 + 2x), & x > 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续，求 a 的值.



4. [计算]

$$\int \frac{2}{x + \sqrt[3]{x}} dx$$



5. [计算]

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$



6. [计算]

求曲线 $y = \frac{6}{4-x}$ 在点(2,3)处的切线方程.



五、综合应用题（本大题共2小题，每小题12分，共24分）

1. [计算]



某工厂生产计算器，若日产量为 x 台的成本函数为 $C(x) = 7500 + 50x - 0.02x^2$ ，收入函数为 $R(x) = 80x - 0.03x^2$ ，且产销平衡，试确定日生产多少台计算器时，工厂的利润最大？

2. [计算]

求由直线 $x = 1$ ， $x = e$ ， $y = 0$ 及曲线 $y = \frac{1}{x}$ 所围成平面图形绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体的体积.

